



## **ANÁLISE TRIANGULAR SOBRE PROBABILIDADE DE UM LIVRO DE HISTÓRIAS COM FOCO EM CONTEÚDO CURRICULAR**

### **TRIANGULAR ANALYSIS ON THE PROBABILITY OF A STORYBOOK WITH A FOCUS ON CURRICULAR CONTENT**

**Emilly Diniz**

**Jaqueline Linxandrão**

**DOI:** 10.5281/zenodo.12752373

#### **Resumo**

Este estudo objetiva analisar um livro de histórias infantis com foco em conteúdo curricular considerando os referenciais teóricos do Letramento probabilístico (GAL, 2005), Demandas Cognitivas (BRYANT; NUNES, 2012) e Linguagem Probabilística (VÁSQUEZ; ALSINA, 2017). Para isso, iremos realizar uma pesquisa exploratória de caráter qualitativo, visando a exploração documental da obra por meio da triangulação das teorias que permitam a abordagem de noções probabilísticas. A partir dos resultados da exploração documental do livro “A very improbable story” (EINHORN, 2008) observamos que a obra aborda diferentes elementos presentes na triangulação das teorias, como os conceitos fundamentais, por meio da discussão de diferentes noções de aleatoriedade; o levantamento e quantificação, a partir de situações de levantamento de espaços amostrais individuais e compostos, a análise sobre as chances de ocorrência de variados eventos por meio da relação parte-todo e a comparação de probabilidades, refletindo sobre as chances em dois espaços amostrais diferentes. Ainda explora diferentes aspectos da linguagem probabilística por meio de expressões verbais, números e esquemas. Além disso, a obra contribui para a exploração de noções probabilísticas em contextos familiares as crianças, na medida em que explora dois contextos diferentes, o comportamento humano, por meio da discussão sobre esportes, vestuário e alimentação, e os jogos de azar e apostas, a partir do sorteio de bolas de gude e moedas. Por fim, reafirmamos a crença de que a presença de aspectos pedagógicos em livros infantis não desvaloriza a obra, mas potencializa as compreensões dos estudantes, na medida em que a linguagem literária permite o desenvolvimento da imaginação, a construção de sentidos, além de ampliar o universo literário dos mesmos.

**Palavras-Chave:** Probabilidade; Livros infantis; Ensino Fundamental; Anos Iniciais.

#### **Abstract**



This study aims to analyze a children's storybook with a focus on curricular content considering the theoretical references of Probabilistic Literacy (GAL, 2005), Cognitive Demands (BRYANT; NUNES, 2012) and Probabilistic Language (VÁSQUEZ; ALSINA, 2017). To this end, we will carry out exploratory research of a qualitative nature, aiming at documenting the work through the triangulation of theories that allow the approach of probabilistic notions. From the results of the documentary exploration of the book “A very improbable story” we observed that the work addresses different elements present in the triangulation of theories, such as fundamental concepts, through the discussion of different notions of randomness; the survey and quantification, based on survey situations of individual and composite sample spaces, the analysis of the chances of occurrence of various events through the part-whole relationship and the comparison of probabilities, reflecting on the chances in two different sample spaces. It also explores different aspects of probabilistic language through verbal expressions, numbers and schemes. Furthermore, the work contributes to the exploration of probabilistic notions in contexts familiar to children, as it explores two different contexts, human behavior, through discussion about sports, clothing and food, and gambling and betting, from the draw of marbles and coins. Finally, we reaffirm the belief that the presence of pedagogical aspects in children's books does not devalue the work, but enhances students' understanding, as literary language allows the development of imagination, the construction of meanings, in addition to expanding their literary universe.

**Keywords:** Probability; Children's book; Elementary School; Early Years.

## INTRODUÇÃO

Eventos de natureza incerta permeiam nossas rotinas diariamente, e nos desafiam a prever e tomar decisões em diversas situações cotidianas. As crianças também vivenciam situações incertas no seu cotidiano, presentes em jogos e brincadeiras como Jokenpo (pedra, papel e tesoura), zero ou um, par ou ímpar, bem como, em livros e histórias infantis. Por essa razão, estudiosos de diversos países têm enfatizado a relevância do ensino de Probabilidade nas escolas, desde cedo; pois compreendem a necessidade das crianças de aprenderem a julgar, analisar, concluir e tomar decisões em situações envolvendo diversos elementos probabilísticos, a partir de contextos do mundo real.

Defendemos a ideia de que o uso de livros infantis nas aulas de Matemática pode trazer uma mudança significativa na forma como esse assunto é ensinado e como os alunos desenvolvem seu conhecimento nessa área. Isso se deve ao fato de que a relação entre esses conhecimentos pode enriquecer a linguagem matemática, conferindo-lhe significado, uma vez que os livros infantis oferecem elementos da vida cotidiana para auxiliar no entendimento desses conceitos.

O presente artigo é parte de uma pesquisa de doutorado em andamento realizada com



apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES), que investiga o papel da linguagem no suporte de significações sobre Probabilidade por meio do uso da literatura infantil por estudantes do 1º e 5º anos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Para esse estudo, objetivamos analisar um livro de histórias infantis com foco em conteúdo curricular considerando os referenciais teóricos do Letramento probabilístico (GAL, 2005), Demandas Cognitivas (BRYANT; NUNES, 2012) e Linguagem Probabilística (VÁSQUEZ; ALSINA, 2017). Portanto, realizamos uma pesquisa exploratória de caráter qualitativo, visando a exploração documental da obra por meio da triangulação das teorias que permitam a abordagem de noções probabilísticas.

### **TRIANGULAÇÃO DE TEORIAS: ARTICULAÇÕES ENTRE AS DEMANDAS COGNITIVAS, LETRAMENTO PROBABILÍSTICO E LINGUAGEM PROBABILÍSTICA**

Acerca do desenvolvimento do conceito de Probabilidade, Bryant e Nunes (2012) defendem a importância de explorar um conjunto de noções. Assim, elencam quatro demandas cognitivas básicas para o seu desenvolvimento, sendo elas: a aleatoriedade, o espaço amostral, a quantificação de probabilidades e o risco probabilístico.

A primeira demanda cognitiva, a aleatoriedade, envolve a compreensão da natureza incerta de fenômenos aleatórios, sendo a incerteza um elemento fundamental para o desenvolvimento desse raciocínio. Nessa demanda, são desenvolvidas variadas noções, como: comparar e distinguir as características dos diferentes tipos de eventos aleatórios (os eventos prováveis, improváveis, possíveis e impossíveis), as noções de equidade e justiça, a independência de eventos aleatórios sucessivos e a linguagem probabilística empregada para representar situações aleatórias.

A noção de aleatoriedade permite o desenvolvimento da capacidade de reconhecer a incerteza dos resultados em eventos aleatórios, na medida em que não seguem um padrão discernível, nenhuma ordem definida na maneira como ocorrem e, portanto, não há certeza sobre qual será o próximo evento. Para isso, defendemos a necessidade de proporcionar aos estudantes situações em que possam comparar e distinguir os eventos aleatórios (que envolvem a ideia de incerteza) dos eventos determinísticos (que envolvem a ideia de certeza). Articulado a isso, Bryant e Nunes (2012) ainda apontam a necessidade de discutir e comparar os diferentes tipos de eventos aleatórios, que envolvem a compreensão dos eventos prováveis, improváveis,



possíveis e impossíveis, bem como, eventos mais prováveis e menos prováveis.

A aleatoriedade também envolve as noções de equidade e justiça, que compreende situações justas e injustas de escolher ou tomar decisões em eventos equiprováveis e não-equiprováveis. Eventos equiprováveis são aqueles em que cada possibilidade tem a mesma probabilidade de ocorrer, como em jogos de dados e sorteios justos. Por outro lado, eventos não-equiprováveis são aqueles em que as possibilidades têm probabilidades diferentes de ocorrência, como em jogos de cartas ou em sorteios com pesos diferentes atribuídos a cada participante.

Outra noção importante é a independência de eventos sucessivos em uma situação aleatória, de acordo com Bryant e Nunes (2012), muitas crianças têm dificuldade em entender que obter o mesmo resultado várias vezes não afetará os resultados subsequentes. Os autores mencionam dois tipos de erros comuns cometidos pelas crianças: o primeiro é chamado de recência negativa, em que elas acreditam que depois de obterem resultados idênticos várias vezes, é mais provável que o resultado seja diferente na próxima rodada; o segundo erro é chamado de recência positiva, em que as crianças pensam que depois de obterem resultados idênticos várias vezes, é mais provável que o mesmo resultado ocorra na próxima rodada.

A segunda demanda cognitiva, o espaço amostral, compreende o levantamento do conjunto de possibilidades de eventos ou sequências de eventos que podem ocorrer em um problema probabilístico, essencial para a resolução dos mesmos, pois para calcular a probabilidade de eventos específicos é necessário conhecer todos os eventos possíveis. De acordo com Bryant e Nunes (2012), a possibilidade de um evento específico ocorrer é determinada pelo número de vezes que ele poderia ocorrer. Assim sendo, o espaço amostral é influenciado por duas variáveis: (1) a probabilidade do evento em questão e (2) a quantidade de vezes que ele poderia ocorrer.

Bryant e Nunes (2012) apontam que o levantamento de espaços amostrais pode apresentar três tipos de resultados, são eles: resultados individuais, compostos e agregados. Alguns problemas apresentam uma maneira direta e simples de determinar as possibilidades que compõem o espaço amostral, pois as possibilidades são consideradas em sua forma primária e básica, denominadas de resultados individuais. Em outros problemas, é preciso combinar os elementos do espaço amostral para formar resultados compostos, que podem ou não ser equiprováveis. No entanto, alguns problemas exigem a agregação e classificação dos resultados, que envolve agrupar as possibilidades em subconjuntos que apresentem uma característica



semelhante. Esses resultados são chamados de resultados agregados e, diferentemente dos resultados compostos, normalmente não são equiprováveis, mesmo que os elementos básicos do espaço amostral sejam equiprováveis.

A terceira demanda cognitiva, a quantificação de probabilidades, Bryant e Nunes (2012) envolve o cálculo de uma ou mais proporções, podendo ser expressa como uma razão (2:8, significando 2 casos favoráveis em 8 casos não favoráveis), fração ( $1/5$ , ou seja 1 em cada 5 casos ou  $2/10$ , 2 em 10 casos), como uma proporção (0,20) ou como uma porcentagem (20%). Consideramos que o cálculo da probabilidade de ocorrência de um evento é quase sempre proporcional, ou seja, que a chance de um evento específico depende da sua relação com o total de eventos possíveis em um espaço amostral. Bryant e Nunes (2012) apontam que os problemas probabilísticos podem envolver situações de cálculo de probabilidades simples em que se faz necessário realizar cálculos sobre um único espaço amostral; e, situações de comparação de duas ou mais probabilidades, que compreendem a comparação da probabilidade de um evento particular em diferentes espaços amostrais.

Os autores também afirmam que acerca do cálculo de probabilidades simples, os estudantes precisam realizar análises em um único espaço amostral e, ainda enfatizam que esses problemas podem ser solucionados através do cálculo de uma única proporção ou aplicando uma solução mais simples, utilizando a relação mais/menos. Entretanto, existem problemas em que se faz necessário aplicar o raciocínio proporcional para resolvê-los, na medida em que esses problemas envolvem a comparação da probabilidade de um evento particular em dois ou mais espaços amostrais diferentes. Bryant e Nunes (2012) destacam que existem diferentes arranjos para explorar a comparação das probabilidades envolvendo espaços amostrais diferentes, são eles: 1) arranjos que não envolvem a incerteza, pois apresentam impossibilidade ou certeza de um evento específico ocorrer; (2) arranjos que versam sobre a mistura das possibilidades, variando o quantitativo de eventos específicos ou o total de eventos possíveis; e por fim, (3) os arranjos que apresentam diferentes quantidades de eventos específicos e o total de eventos possíveis ao mesmo tempo.

A quarta demanda cognitiva, o risco probabilístico, envolve a compreensão da noção de risco para tomada de decisões por meio da relação entre diferentes variáveis, entretanto, este conhecimento não está orientado na Base Nacional Comum Curricular para o ensino e a aprendizagem nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Assim, iremos explorar nesse estudo as demandas cognitivas de aleatoriedade, espaço amostral e quantificação de probabilidades.



Gal (2005) defende a importância de ensinar e aprender probabilidade por meio de duas razões, a primeira aponta que a probabilidade faz parte da matemática e da estatística, campos do conhecimento importantes para serem aprendidos por si só, como parte da educação moderna e, a segunda compreende que o aprendizado da probabilidade é essencial para ajudar a preparar os estudantes para a vida, uma vez que eventos aleatórios e fenômenos casuais permeiam nossas vidas e ambientes.

Ao considerar essas razões, Gal (2005) argumenta que é fundamental desenvolver nos estudantes o que ele chama de "letramento probabilístico", ou seja, as competências e habilidades necessárias para que eles possam ser considerados alfabetizados em relação a questões probabilísticas do mundo real. O conceito de letramento, de acordo com o autor, engloba não apenas conhecimentos factuais e habilidades formais e informais, mas compreende também crenças, atitudes, comportamentos mentais e uma perspectiva crítica em relação ao assunto. Para isso, Gal (2005) identifica dois tipos de elementos que são essenciais para o desenvolvimento do letramento probabilístico, são eles: elementos do conhecimento e elementos disposicionais.

- Elementos de conhecimento

- 1- Grandes ideias: aleatoriedade, independência, variação e previsibilidade/incerteza.
- 2- Cálculo de probabilidades: maneiras de encontrar ou estimar probabilidades de eventos.
- 3- Linguagem: termos e expressões utilizadas para comunicar acerca do grau de incerteza.
- 4- Contexto: compreender o papel e as implicações de problemas probabilísticos e mensagens em contextos e nos discursos pessoal e público.
- 5- Questões críticas: questões para refletir ao lidar com probabilidades.

- Elementos disposicionais

- 1- Postura crítica.
- 2- Crenças e atitudes.
- 3- Sentimentos pessoais em relação à incerteza e ao risco.

Acerca dos elementos de conhecimento, Gal (2005) defende a familiaridade com as Grandes Ideias como a aleatoriedade, independência, variação e previsibilidade/incerteza, as quais fundamentam a capacidade de entender a derivação, representação, interpretação e



implicação de afirmações probabilísticas. Para o autor, a aleatoriedade é um processo em que os eventos no mundo ocorrem sem alguma causa ou projeto determinístico subjacente que seja totalmente previsível; já a independência implica que os eventos são desconectados e um evento não pode ser previsto a partir de outro, e, a variação compreende a ideia de que os eventos e processos variam em quão certos estamos de que podemos prever como eles se desdobrarão, a partir de uma visão frequentista. Essas três noções apresentam alter-egos complementares, são eles: regularidade, co-ocorrência e estabilidade, respectivamente. Por fim, a previsibilidade/incerteza estão relacionadas ao nosso conhecimento geral sobre a probabilidade de ocorrência de um determinado evento e envolve nossas suposições sobre os processos que afetam a ocorrência desse evento e a qualidade das informações que usamos para dar suporte às estimativas de probabilidade.

O segundo elemento de conhecimento proposto por Gal (2005), Cálculo de probabilidades, compreende a familiaridade dos estudantes com as diferentes maneiras de encontrar a probabilidade de eventos aleatórios, a fim de entender as declarações probabilísticas feitas por outros e se comunicar com outras pessoas sobre eles, e envolve três visões de probabilidade, clássica, frequentista e subjetiva. A visão clássica é a que mais aparece nas atividades escolares e estabelece representações básicas de probabilidade numa escala de 0 à 1, ou com cálculos combinatórios envolvendo a probabilidade de uma interseção de eventos. Entretanto, no nosso dia a dia as probabilidades, geralmente, são estimadas ou julgadas em um processo complexo que toma como base informações de várias fontes, inclusive não probabilísticas.

Para Gal (2005) o elemento de conhecimento da Linguagem compreende as diversas formas utilizadas para representar e comunicar sobre o acaso e a probabilidade, além de apontar que este elemento se subdivide em duas áreas, as ideias (construções) abstratas e as probabilidades de eventos reais. As ideias (construções) abstratas envolvem a familiaridade com termos e frases relacionadas com diversos conceitos complexos, como: variabilidade, aleatoriedade, independência, (in)previsibilidade e (in)certeza, além de chance, probabilidade ou risco. Isso se justifica pelo fato desses termos abstratos geralmente não terem definições precisas e sua compreensão se dar após um processo cumulativo. Já as probabilidades de eventos reais podem ser representadas quantitativamente de várias formas, por exemplo, em uma escala de 0-1, por meio de frações, porcentagens, razões ou proporções, bem como graficamente. Dessa maneira, é fundamental que os estudantes compreendam a possibilidade



de utilizar diferentes formas de representação e se sintam confiantes para transitar entre elas.

Outro elemento de conhecimento elencado pelo autor é o contexto, para isso Gal (2005) defende que para ser letrado probabilisticamente, é necessário que a pessoa adquira conhecimentos não somente sobre os conceitos, o cálculo de probabilidades e a linguagem probabilística, mas também sobre o papel dos processos probabilísticos e das interações no mundo. Este elemento está associado à ideia de "conhecimento de mundo", introduzida por Gal (2002) acerca do Letramento Estatístico, porém, o conhecimento do contexto estabelece expectativas específicas de que as pessoas saibam (a) qual é o papel ou impacto do acaso e da aleatoriedade em diferentes eventos e processos, e (b) quais são as áreas ou situações comuns em que as noções de acaso e probabilidade podem surgir na vida de uma pessoa. Para isso, Gal (2005) lista 10 áreas principais das quais exemplos úteis podem ser extraídos para ilustrar a ocorrência e a importância dos conceitos probabilísticos:

- O mundo natural e físico (por exemplo, clima, evolução)
- Processos tecnológicos (por exemplo, garantia de qualidade, fabricação)
- Comportamento humano (por exemplo, encontros de serviços, esportes, direção)
- Medicina, saúde pública (por exemplo, doenças genéticas, riscos relacionados aos tabagismo)
- Justiça e crime (por exemplo, correspondência de impressões digitais ou DNA)
- Finanças e negócios (por exemplo, mercados de investimentos, seguros)
- Pesquisa e estatística (por exemplo, amostragem, inferência estatística)
- Política pública, previsão (por exemplo, imunização)
- jogos de azar, jogos de azar e apostas (por exemplo, dados, loterias)
- Decisões pessoais (por exemplo, uso de cinto de segurança, aceitação na faculdade)

Por fim, o último elemento de conhecimento proposto pelo autor, Questões Críticas, implica em ter a habilidade de formular perguntas críticas ao se deparar com afirmações de probabilidade ou certeza, ou quando se precisa criar uma estimativa probabilística. Nesse sentido, defende o desenvolvimento de habilidades de questionar o propósito, a objetividade ou o raciocínio do escritor, de formular "resposta crítica" a mensagens estatísticas do mundo real e se familiarizar com os elementos da metodologia que afetam a qualidade dos resultados de um estudo. Gal (2005) ainda descreve as principais áreas que essas perguntas podem abordar



quando confrontadas com mensagens probabilísticas em contextos interpretativos, além de destacar que podem ser invocadas questões críticas adicionais associadas ao Letramento Estatístico e à Numeracia.

De acordo com Gal (2002, 2005), para alcançar o Letramento Estatístico e Probabilístico, é essencial considerar elementos como o posicionamento crítico, as crenças e atitudes e, especificamente para a probabilidade, os sentimentos pessoais em relação à incerteza e ao risco, acerca das informações. O autor enfatiza a importância de mobilizar uma ampla gama de conhecimentos para interpretar e avaliar as informações, incluindo a habilidade de questionar criticamente, refletir e pensar sobre o significado das informações, em vez de simplesmente compreendê-las passivamente.

Para Gal (2005), os elementos disposicionais são fundamentais para a forma como as pessoas pensam sobre informações probabilísticas ou agem em situações que envolvem acaso e incerteza, seja no mundo real ou na sala de aula. Além de destacar que as disposições podem influenciar a vontade dos estudantes de aprender mais e desenvolver suas habilidades de letramento de probabilidade além da escola. Gal (2005) oferece algumas observações em relação aos termos relacionados aos elementos disposicionais, mas não explora de forma mais ampla essa compreensão nesse artigo; porém, orienta a consulta dessas ideias nos apontamentos desenvolvidos para o Letramento Estatístico (GAL, 2002), bem como, destaca a importância de que estes elementos sejam abordados por elaboradores de currículos, professores, alunos e pesquisadores.

Nesse sentido, para Gal (2002) o primeiro elemento de disposição, a Postura Crítica, compreende que o leitor/consumidor de dados deve adotar uma atitude questionadora em relação às informações com as quais têm contato no dia a dia. Para isso, recomenda que o leitor desenvolva e utilize sua própria lista de "questões preocupantes" ao lidar com argumentos baseados em dados, relatórios de resultados e conclusões de pesquisas, com o objetivo de avaliar criticamente as informações, identificando possíveis inconsistências e limitações.

Acerca do segundo elemento de disposição, as Crenças e Atitudes, Gal (2002) argumenta que as mesmas são fundamentais para a postura crítica e disposição das pessoas em investir esforço mental ou assumir riscos como parte do letramento. O autor enfatiza a necessidade de o leitor/consumidor de dados acreditar em suas habilidades de letramento e desenvolver uma visão positiva de sua capacidade de interpretar e avaliar criticamente os dados e demonstrar interesse em usá-las. Além disso, se faz necessário considerar que as crenças são



ideias e opiniões influenciadas por fatores culturais e que levam tempo para se desenvolver, bem como, que são os primeiros fatores a influenciarem a interpretação dos dados e devem ser confrontadas com os dados apresentados.

Por fim, o último elemento de disposição para o Letramento Probabilístico, os Sentimentos pessoais em relação à incerteza e ao risco, envolve as dificuldades ou facilidades que as pessoas sentem em serem desafiadas em situações envolvendo tomada de decisão. Muitas vezes, elas têm uma tendência a evitar riscos e se manter em uma posição segura por medo de perderem o que já conquistaram ou sofrerem prejuízos. Nesse sentido, os sentimentos pessoais influenciam a disposição das pessoas para se engajar e assumir riscos em situações de incerteza.

Sobre a linguagem probabilística utilizada pelas crianças, estudiosos como Bryant e Nunes (2012) e Gal (2005) apontam a necessidade de incentivar as crianças a desenvolver uma linguagem probabilística para descrever as situações aleatórias. A importância de abordar a linguagem probabilística se justifica na medida em que o aprendizado de probabilidade nos anos iniciais de escolarização se dá a partir da introdução do vocabulário vinculado às noções de probabilidade por meio de atividades ou situações-problema que envolvam julgamentos feitos pelos estudantes tomando como base suas próprias experiências.

Vasquez e Alsina (2017) defendem que a linguagem associada ao cotidiano constitui um elemento chave, especialmente nos primeiros anos, para incorporar uma linguagem probabilística e assim avançar na construção do conhecimento sobre probabilidade. Para isso, os autores baseados nos pressupostos de Gal (2005) e na classificação desenvolvida por Gómez, Ortiz, Batanero e Contreras (2013), elencam cinco grandes focos para a aquisição de linguagem probabilística, são eles:

- 1) Linguagem verbal: se refere à variedade de termos e expressões verbais. Sobre esse tipo de linguagem, Shuard e Rothery (1984), distingue três categorias de expressões utilizadas no ensino da matemática, sendo elas: expressões verbais específicas da matemática, expressões verbais relacionadas com a matemática, e expressões verbais comuns.
- 2) Linguagem numérica: se relaciona à quantificação da chance de ocorrência de um determinado evento e à comparação de probabilidades.
- 3) Linguagem tabular: se refere ao uso de tabelas para a representação de dados, sendo utilizado principalmente para a apresentação de frequências relativas e na



estimativa de probabilidades a partir delas.

4) Linguagem gráfica: se refere à variedade de representações gráficas vinculadas às noções probabilísticas, apresentando estimativas de probabilidade, como: pictogramas, diagramas de barras e diagramas em árvore.

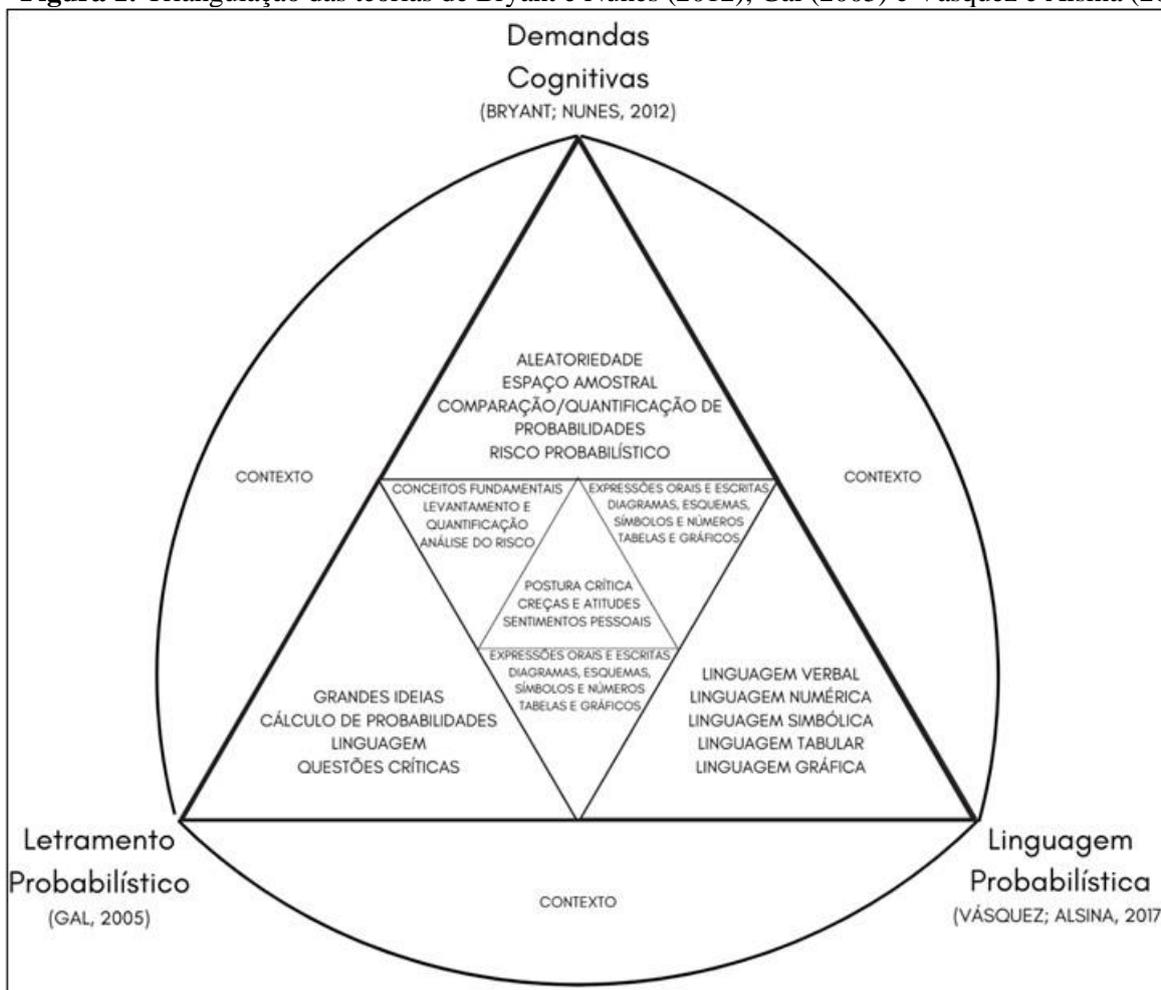
5) Linguagem simbólica: se refere a utilização de símbolos para comunicar a probabilidade de ocorrência de um evento, como o uso de sinais de igualdade, soma, desigualdade, aproximação, letras como símbolo, dentre outras.

As demandas cognitivas defendidas por Bryant e Nunes (2012), o letramento probabilístico proposto por Gal (2005) e a classificação acerca da linguagem probabilística desenvolvida por Vásquez e Alsina (2017) apresentam diversos elementos em comum na compreensão da probabilidade.

Nesse sentido, desenvolvemos uma triangulação teórica que consiste na possibilidade do pesquisador utilizar diversas teorias para interpretar um conjunto de dados específico, o que pode levar a novas e mais complexas visões sobre o fenômeno em questão. Esse tipo de triangulação tem como objetivo a análise de um mesmo problema por pesquisadores com diferentes formações teóricas e áreas de conhecimento, considerando múltiplas perspectivas e hipóteses. Flick (2005) aponta que a triangulação deve ser entendida como um meio de ampliar nosso conhecimento sobre o problema de pesquisa, a fim de descobrir novas facetas das teorias nos dados. O esquema a seguir sistematiza a triangulação entre as teorias do Letramento Probabilístico (GAL, 2005), das Demandas Cognitivas (BRYANT; NUNES, 2012) e da Linguagem Probabilística (VÁSQUEZ; ALSINA, 2017).



**Figura 1:** Triangulação das teorias de Bryant e Nunes (2012), Gal (2005) e Vasquéz e Alsina (2017)



Fonte: As autoras, 2024.

## METODOLOGIA

Este estudo objetiva analisar um livro de histórias infantil considerando os referenciais teóricos do Letramento probabilístico (GAL, 2005), Demandas Cognitivas (BRYANT; NUNES, 2012) e Linguagem Probabilística (VÁSQUEZ; ALSINA, 2017).

Para isso, desenvolvemos uma pesquisa exploratória de caráter qualitativo, pois “têm como objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a constituir hipóteses” (Gil, 2002, p. 41). Nesse sentido, foi realizada a exploração documental do livro “A very improbable story” por meio da triangulação das teorias do Letramento probabilístico (GAL, 2005), Demandas Cognitivas (BRYANT; NUNES, 2012) e Linguagem Probabilística (VÁSQUEZ; ALSINA, 2017), analisando a abordagem das noções



probabilísticas presentes no livro, observando os diferentes elementos presentes na obra, texto e ilustração.

## EXPLORAÇÃO DOCUMENTAL DO LIVRO INFANTIL “A VERY IMPROBABLE STORY”

O livro “A very improbable story” conta a história de um garoto chamado Ethan que um dia acorda com um gato falante em cima da sua cabeça, este lhe propõe um jogo de probabilidade a partir de situações do seu dia a dia. Se o garoto vencer um jogo, se verá livre do gato. Nesse sentido, o contexto utilizado na história envolve duas das 10 áreas elencadas por Gal (2005), sendo elas, 1) o comportamento humano, por meio da discussão sobre esportes, vestuário e alimentação, e 2) os jogos de azar e apostas, a partir do sorteio de bolas de gude e moedas.

Acerca dos Conceitos Fundamentais, destacamos que sobre a aleatoriedade o livro propõe a discussão sobre diferentes tipos de eventos aleatórios, como situações prováveis, improváveis e impossíveis, na medida em que aponta ser provável uma criança acordar com um gato sobre a sua cabeça, ser improvável jogar com um gato acima de sua cabeça, e uma situação impossível que é este ser um gato falante. A figura 2 apresenta a situação em que se discute um evento provável.

**Figura 2:** Situação sobre evento provável

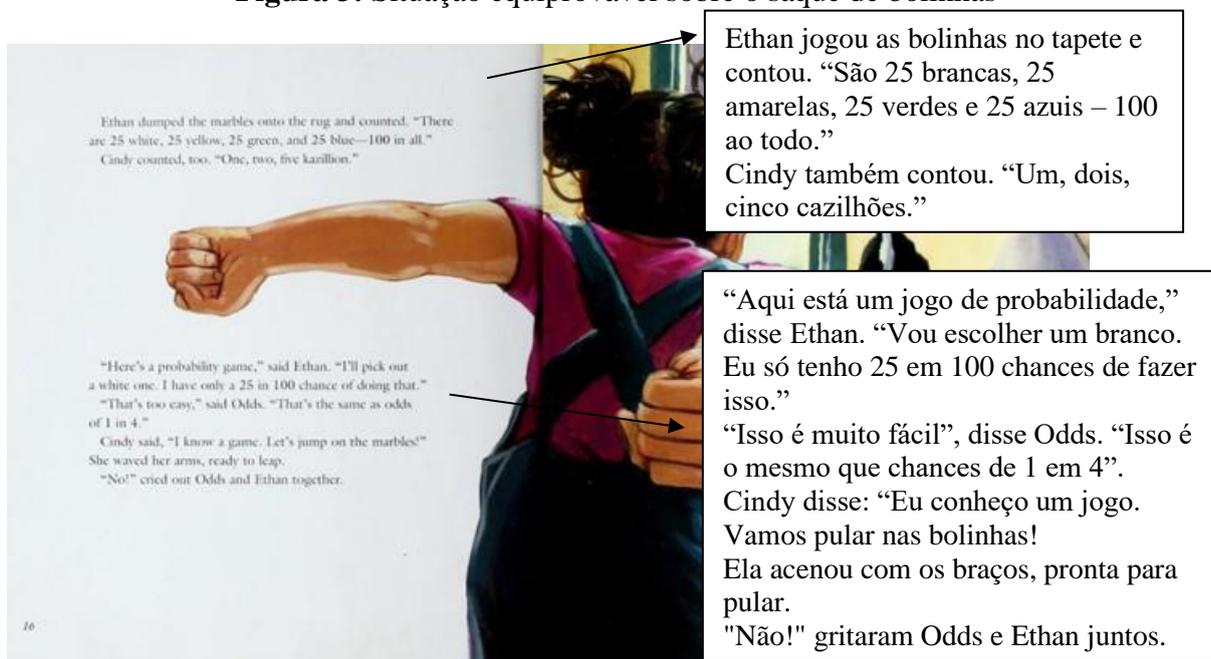


Certa manhã, Ethan acordou com um gato na cabeça. Não havia nada de improvável nisso. O gato de Ethan, Snowy, às vezes se enrolava ali para dormir. Mas isso era diferente. O gato na cabeça de Ethan não era o gato dele!



Além disso, o livro propõe diversas situações aleatórias de natureza equiprovável e não-equiprovável. Dentre as situações equiprováveis estão os pares de meia na gaveta, sendo 10 pares todos diferentes entre si; o saco com as bolinhas, sendo um total de 100 bolinhas distribuídas em 25 de cada cor (brancas, amarelas, verdes e azuis); e, o cereal com formato de cachorros, na qual há 25 pares sendo 5 para cada tipo (poodles, beagles, collies, São Bernardos e pugs).

**Figura 3:** Situação equiprovável sobre o saque de bolinhas



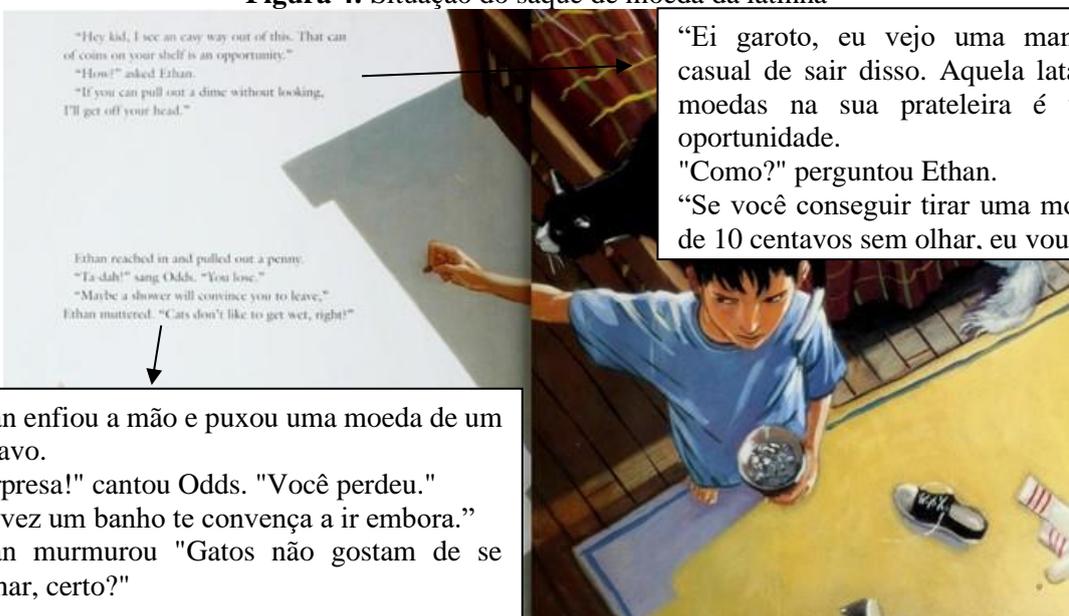
Fonte: EINHORN, 2008, P. 16-17 – Tradução nossa.

Acerca das situações não-equiprováveis, aponta-se os gols marcados pelo garoto nos jogos, sendo 3 gols em 15 tentativas marcados com chutes rasteiros e 2 gols em 5 tentativas marcados com chutes altos, obtendo assim, chances diferentes entre os tipos de chutes, sendo de 1 em 5 e de 2 em 5, respectivamente.

Há ainda uma situação na qual não é informado o espaço amostral do problema, nesse desafio o gato propõe que Ethan saque um certo tipo de moeda da latinha sem olhar. Entretanto, o livro não reflete sobre as possibilidades ou mesmo a chance de sair essa moeda em específico, como é possível observar na figura 4.



**Figura 4:** Situação do saque de moeda da latinha



"Hey kid, I see an easy way out of this. That can of coins on your shelf is an opportunity."  
"How?" asked Ethan.  
"If you can pull out a dime without looking, I'll get off your head."

Ethan reached in and pulled out a penny.  
"Ta-dah!" sang Odds. "You lose."  
"Maybe a shower will convince you to leave," Ethan muttered. "Cats don't like to get wet, right!"

Ethan enfiou a mão e puxou uma moeda de um centavo.  
"Surpresa!" cantou Odds. "Você perdeu."  
"Talvez um banho te convença a ir embora."  
Ethan murmurou "Gatos não gostam de se molhar, certo?"

"Ei garoto, eu vejo uma maneira casual de sair disso. Aquela lata de moedas na sua prateleira é uma oportunidade.  
"Como?" perguntou Ethan.  
"Se você conseguir tirar uma moeda de 10 centavos sem olhar, eu vou sair

Fonte: EINHORN, 2008, P. 8-9 – Tradução nossa.

O livro ainda permite a discussão sobre a independência de eventos aleatórios sucessivos, apesar de não abordar explicitamente essa noção. A figura 5 apresenta uma situação de sorteio sem reposição, em que a personagem sorteia entre as meias da gaveta duas delas em sequência, sem devolvê-las à gaveta após cada saque. Portanto, a cada saque o espaço amostral é modificado, influenciando o próximo sorteio.

**Figura 5:** Situação de sorteio sem reposição



"Ta-dah!" sang Odds. "You lose. After you pulled out the first sock there were 19 single socks left. So there was only 1 sock out of 19 that would have let you win."  
"Is that what they call bad odds?" asked Ethan.  
"Some do," admitted Odds, "though I would never put the words 'bad' and 'odds' together."  
"So the odds were 1 out of 19," said Ethan. "But now they're 1 out of 18." He pulled out another sock and groaned. This one had stars on it.  
"I think it's time for a new game," Odds yawned.

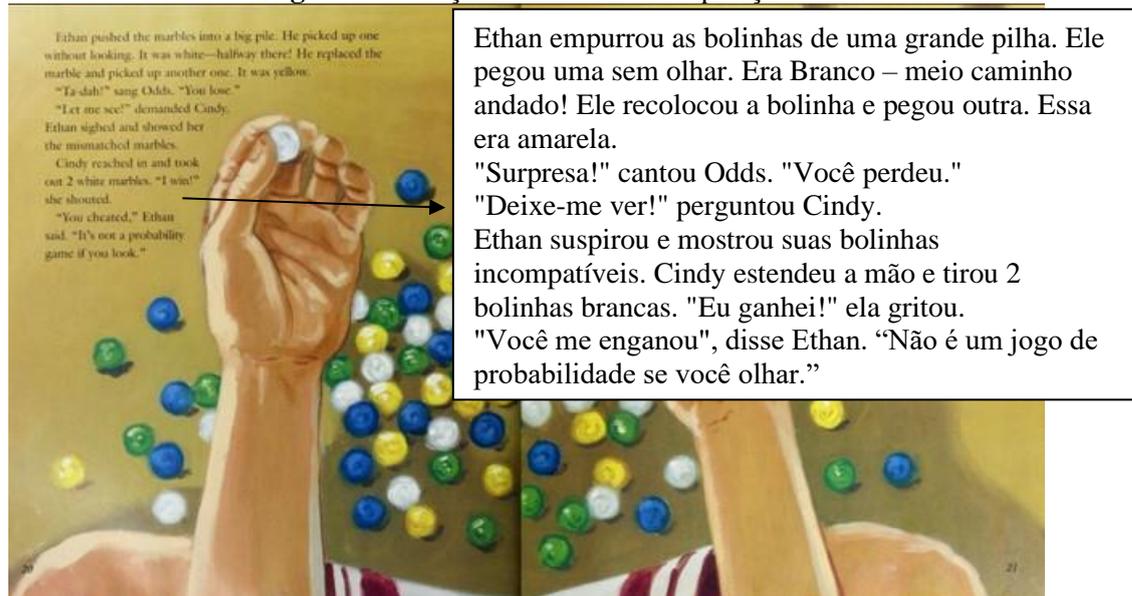
"Surpresa!" cantou Odds. "Você perdeu. Depois de tirar minha primeira meia, restavam 19 meias avulsas. Portanto, havia apenas 1 meia em 19 para você vencer.  
"É isso que eles chamam de probabilidades ruins?" perguntou Ethan.  
"Alguns sim", admitiu Odds, "pensou que eu nunca colocaria as palavras 'ruim' e 'probabilidades' juntas".  
"Então as chances eram de 1 em 19", disse Ethan. "Mas agora elas são de 1 em 18." Ele puxou outra meia e gemeu. Esta tinha estrelas.  
"Acho que é hora de um novo jogo", bocejou Odds.



Fonte: EINHORN, 2008, P. 13 – Tradução nossa.

A figura 6 apresenta uma situação de sorteio com reposição, na qual a personagem faz a reposição do objeto (bolinha de gude), não havendo alteração do espaço amostral e influência no próximo sorteio; dessa maneira, as chances permanecem as mesmas a cada jogada.

**Figura 6:** Situação de sorteio com reposição



Fonte: EINHORN, 2008, P. 20-21 – Tradução nossa.

Acerca do Levantamento e Quantificação, destaca-se a noção de espaço amostral, na qual o livro aborda a análise de espaços amostrais individuais e compostos. As situações que abordaram o levantamento de espaços amostrais individuais são as que discutem os gols marcados por Ethan na temporada. Nessas situações o garoto reflete sobre o total de finalizações e de gols marcados, bem como o tipo de chute com o melhor resultado (chute rasteiro ou alto).



**Figura 7:** Situação sobre os gols de Ethan na temporada



Odds landed with a *whomp* on the table. "Nice going, kid. Sure you don't want to keep playing? It might make you a better soccer player."

Ethan paused. "You know, it just might."

"Oh, really?" Odds purred. "Do tell."

"In the last game, I shot on goal 20 times and scored 5 of the times," Ethan explained. "My chance of getting a goal is 5 in 20 or 1 in 4. I should be able to make 1 goal every 4 tries."

"Good odds," admitted Odds.

"But look at this," Ethan said. He made a drawing to show how he made the shots.

"I tried to score with a low shot 15 times. Only 3 of those went in, so I have a 3 in 15 chance of scoring with a low shot. That's the same as a 1 in 5 chance. I tried 5 times to score with a high shot. 2 of those scored, I have a 2 in 5 chance of getting a goal with a high shot. A 2 in 5 chance is better than a 1 in 5 chance."

Odds caiu com força na mesa. "Muito bem, garoto. Tem certeza que não quer continuar jogando? Isso pode fazer de você um melhor jogador de futebol".

Ethan fez uma pausa. "Sabe, pode ser."

"Oh sério?" Odds ronronou. "Diga".

"No último jogo, chutei a gol 20 vezes e marquei 5 vezes", explicou Ethan. "Minha chance de fazer um gol é de 5 em 20, ou 1 em 4. Devo conseguir fazer 1 gol a cada 4 tentativas."

"Boas probabilidades", admitiu Odds.

"Mas olhe para isso", disse Ethan. Ele fez um desenho para mostrar como realizava os chutes.

"Tentei 15 vezes de chute rasteiro. Apenas 3 deles continuaram, então tenho uma chance de 3 em 15 de marcar com um chute rasteiro. Isso é o mesmo que uma chance de 1 em 5.

"Eu tentei 5 vezes para marcar com um chute alto. Como 2 desses marcados, tenho 2 chances em 5 de fazer um gol com um chute alto. 2 em 5 chances é melhor do que uma chance de 1 em 5."

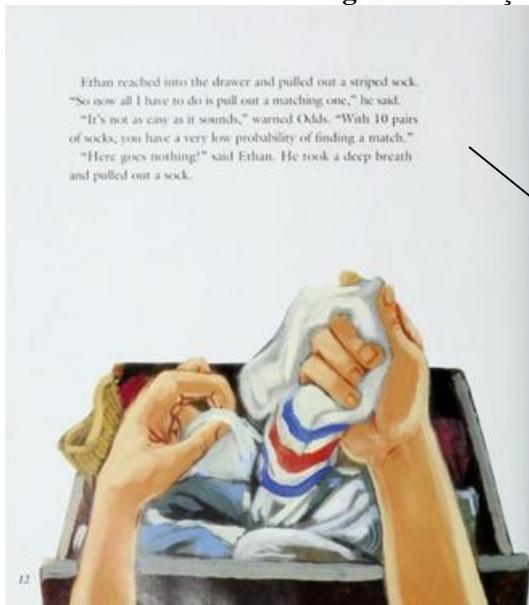
Fonte: EINHORN, 2008, P. 29 – Tradução nossa.

Ainda nesta situação, aponta-se que o livro reflete sobre a comparação de probabilidades, na medida em que Ethan aponta que nos chutes rasteiros ele marcou 3 gols em 15 tentativas, enquanto nos chutes altos marcou 2 gols em 5 finalizações. A partir da classificação de Piaget (Carragher, 1983) sobre os tipos de itens (possibilidades de eventos) que podem ocorrer em situações de comparação de probabilidades, destaca-se que esta é uma situação de "desigualdade numérica sem proporcionalidade", na qual os grupos diferem quanto ao número de casos favoráveis e não favoráveis e a razão entre os dois tipos de casos é diferente.

Dentre as situações de levantamento de espaços amostrais compostos, destacam-se o sorteio do par de meias na gaveta, das bolinhas coloridas e do cereal no café da manhã. Na situação sobre os pares de meia, o gato propõe que Ethan saque um par de meias iguais da gaveta sem olhar, o garoto possui 10 pares de meias, todas diferentes entre si. Assim, se faz necessário analisar quais todas as combinações de meias possíveis de acontecer, apesar do livro não realizar o levantamento dessas possibilidades, como é possível observar na figura 8. Após sacar uma meia listrada na primeira vez, reflete-se sobre quais as chances de sair uma meia da mesma estampa na próxima vez.



**Figura 8:** Situação do sorteio de meias da gaveta

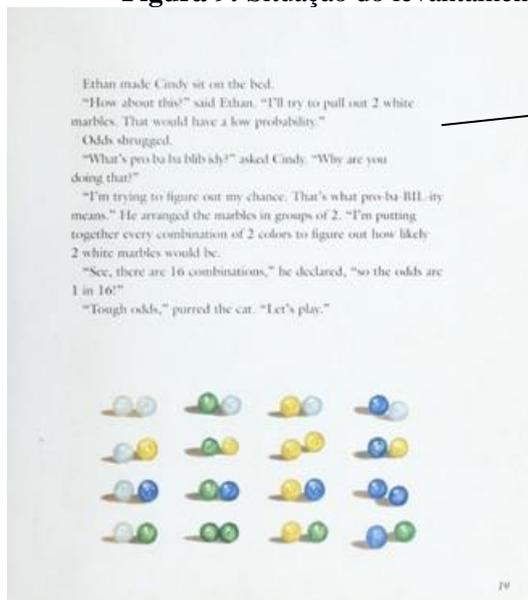


Ethan enfiou a mão na gaveta e tirou uma meia listrada.  
“Então agora tudo o que tenho a fazer é pegar um correspondente”, disse ele.  
“Não é tão fácil quanto parece”, alertou Odds. “Com 10 pares de meias, você tem uma probabilidade muito baixa de encontrar uma que combine.”  
“Não tenho nada a perder!” disse Ethan. Ele respirou fundo e retirou uma meia.

Fonte: EINHORN, 2008, P. 12 – Tradução nossa.

Na situação com as bolinhas coloridas, o gato propõe que o garoto faça o levantamento de todas as combinações possíveis ao sacar bolinhas duas vezes do saco. Considerando, que o primeiro e o segundo saque são chances distintas, o garoto Ethan realiza o levantamento de todas as possibilidades apresentando-as ao leitor e destacando a chance de sair a combinação do saque de duas bolinhas brancas, como é possível observar na figura 9.

**Figura 9:** Situação do levantamento das possibilidades de combinação das bolinhas



Ethan fez Cindy sentar na cama.  
“Que tal agora?” disse Ethan. “Vou tentar tirar 2 bolinhas brancas. Isso teria uma probabilidade baixa.”  
Odds se encolheu.  
“O que é pro-ba-bli-bli-dade? perguntou Cindy. “Porque você está fazendo isso?”  
“Estou tentando descobrir minha chance. Isso é o que pro-ba-BIL-idade significa. Ele organizou as bolinhas em grupos de 2. “Estou juntando cada combinação de 2 cores para descobrir qual seria a probabilidade de 2 bolinhas brancas.  
“Veja, existem 16 combinações”, declarou ele, “então as chances são de 1 em 16!”  
“Probabilidades difíceis”, ronronou o gato.  
“Vamos jogar.”

Fonte: EINHORN, 2008, P. 19 – Tradução nossa.



Sobre a quantificação de probabilidades, o livro propõe desde o início a análise das chances de ocorrência de eventos particulares em espaços amostrais simples e complexos (resultados individuais e combinados). Durante a história, o gato leva o garoto a refletir sobre as chances em situações diferentes, destacando que a presença de mais saques modifica a chance de ocorrência de um evento acontecer, deixando-a menor. Por exemplo, nessa situação do sorteio das bolinhas, Ethan propõe tirar uma bolinha branca do saco, considerando que haviam 25 bolinhas brancas em um total de 100 bolinhas no saco, sua chance de sacar a bola desejada era de 25 em 100; entretanto, o gato indica que esta seria uma jogada fácil, e o garoto refaz a proposta propondo retirar duas bolinhas brancas em dois saques consecutivos, obtendo resultados compostos a partir da combinação das bolas. A combinação gerou 16 tipos de possibilidades, das quais apenas 1 levaria ao resultado esperado (duas bolas brancas), enquanto 6 levariam a uma mistura de cores (uma bola branca e uma de outra cor). Ainda se faz necessário destacar que as quantificações presentes na história abordam a relação parte-todo, na qual se observa a chance de se obter um evento particular dentre todos os eventos possíveis.

Na situação do cereal do café da manhã, o garoto é quem propõe o jogo, discutindo as chances de se obter dois cereais do mesmo tipo de cachorro. Da mesma forma que na situação dos pares de meias, o livro não apresenta o levantamento das possibilidades de combinação dos tipos de cereais, nem informa o total de formas de cereal de cada tipo, apenas aponta que Ethan organizou os cereais em pares. Nesse sentido, Ethan afirma que existem 25 pares possíveis dos quais apenas 1 possibilidade forma o par de pugs.



**Figura 10:** Situação do cereal do café da manhã

Cindy had already finished her breakfast. The kitchen was empty.

"It's Oatic-Woofs!" said Ethan, scooping up a handful of dog-shaped cereal. "Try them. They're delicious."

Odds huffed. "Don't much care for dogs," he growled. "They're always trying to beat the odds."

"But look!" exclaimed Ethan. "There are five shapes: poodles, beagles, collies, Saint Bernards, and pugs. That could be a probability game."

"Show me," said Odds.

"It's like the marbles game, but now we have 5 different shapes." Ethan pushed them into pairs. "There are 25 possible pairs. Which one would you like me to try for?"

"Two pugs," said Odds. "They have the smallest teeth."

"Okay," said Ethan. He closed his eyes and mixed up the pieces. "I have a 1 in 25 chance." He picked up a piece of cereal. "A pug!" He replaced the piece and picked up another.

Cindy já havia terminado seu café da manhã. A cozinha estava vazia.

"É Oatic-Woofs!" disse Ethan, pegando um punhado de cereal em forma de cachorro. "Experimente, são deliciosos."

Odds sibilou. "Não ligo muito para cachorros", ele rosnou. "Eles estão sempre tentando vencer as probabilidades."

"Mas olhe!" exclamou Ethan. "Existem cinco formas: poodles, beagles, collies, São Bernardos e pugs. Isso pode ser um jogo de probabilidade."

"Mostre-me", disse Odds.

"É como o jogo de bolinhas, mas agora temos 5 formas diferentes." Ethan então organizou em pares. "Existem 25 pares possíveis. Qual deles você gostaria que eu tentasse?"

"Dois pugs", disse Odds. "Eles têm os dentes menores."

"Tudo bem", disse Ethan. Ele fechou os olhos e misturou as peças. "Tenho uma chance de 1 em 25." Ele pegou um pedaço de cereal. "Um pug!" Ele recolocou a peça e pegou outra.

Fonte: EINHORN, 2008, P. 25 – Tradução nossa.

A análise da linguagem probabilística presente no livro indicou que acerca da linguagem verbal, percebeu-se o uso dos três tipos de expressões verbais, sendo 4 expressões específicas da Probabilidade, 8 expressões verbais relacionadas e 11 expressões verbais comuns. Nesse sentido, destacamos a baixa incidência de expressões específicas relacionadas à probabilidade, e reforçamos a importância de abordar o vocabulário probabilístico específico desde os anos iniciais.

Quadro 1: Classificação das expressões verbais

Expressões específicas	Expressões relacionadas	Expressões comuns
Improvável Probabilidade Quão provável Chances	Jogo de probabilidade Probabilidades ruins Probabilidade baixa Probabilidade muito baixa Probabilidades difíceis Boas probabilidades Pares possíveis Grandes chances Combinação	Às vezes Provavelmente Incompatível Diferentes Iguais Perder Vencer Diferente Igual Fácil Misturar

Fonte: As autoras, 2024.

Acerca do uso de diagramas, esquemas, símbolos e números, observamos o uso da



linguagem numérica através da utilização de números inteiros indicando quantidades e proporções, por meio da relação parte-todo, indicando a chance. Destacamos ainda, que o livro traz uma representação visual das possibilidades na situação das bolas de gude, formando todos os pares possíveis de resultados, como apresentado na figura 9. Nesse sentido, destacamos que a obra faz uso das ilustrações para refletir sobre o levantamento de possibilidades.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir dos resultados da exploração documental do livro “A very improbable story” observamos que a obra aborda diferentes elementos presentes na triangulação das teorias. Acerca dos conceitos fundamentais, o livro permite a discussão sobre a aleatoriedade por meio dos diferentes tipos de eventos aleatórios, da natureza equiprovável e não-equiprovável das situações aleatórias e a independência de eventos sucessivos. Sobre o levantamento e quantificação, a obra propõe situações de levantamento de espaços amostrais individuais, que são os mais simples pois as possibilidades são consideradas em sua forma primária e, espaços amostrais compostos, em que se faz necessário combinar os elementos do espaço amostral para formar resultados. Para a quantificação de probabilidades, o livro propõe desde o início análise sobre as chances de ocorrência de variados eventos por meio da relação parte-todo; também discute a comparação de probabilidades, refletindo sobre as chances em dois espaços amostrais diferentes. Além disso, ainda explora diferentes aspectos da linguagem probabilística por meio de expressões verbais, números e representações visuais, entretanto, acreditamos que a presença das expressões verbais específicas da probabilidade ainda apresenta-se de forma tímida, pois defendemos que desde cedo os estudantes precisam ter acesso ao vocabulário probabilístico para construir sentidos sobre esse conceito.

A obra ainda contribui para a exploração de noções probabilísticas em contextos familiares as crianças, na medida em que explora dois contextos diferentes, o comportamento humano, por meio da discussão sobre esportes, vestuário e alimentação, e os jogos de azar e apostas, a partir do sorteio de bolas de gude e moedas, rompendo com a abordagem focada apenas nos procedimentos de cálculo que marcaram o ensino de probabilidade por muito tempo.

Por fim, reafirmamos a crença de que a presença de aspectos pedagógicos em livros infantis não desvaloriza a obra, pelo contrário possibilita o desenvolvimento de habilidades



sobre linguagem e matemática ao mesmo tempo, pois potencializa as compreensões dos estudantes, na medida em que a linguagem literária permite o desenvolvimento da imaginação, a construção de sentidos, além de ampliar o universo literário dos mesmos.

## REFERÊNCIAS

BRYANT, P. NUNES, T. **Children's understanding of probability: a literature review**. London: Nuffield Foundation, 2012. 86 p. Disponível em: <[http://www.nuffieldfoundation.org/sites/default/files/files/Nuffield\\_CuP\\_FULL\\_REPORTv\\_FINAL.pdf](http://www.nuffieldfoundation.org/sites/default/files/files/Nuffield_CuP_FULL_REPORTv_FINAL.pdf)> Acesso em: 06.04.2019.

CARRAHER, T. N. **O método clínico: usando os exames de Piaget**. São Paulo: Cortez, 1983. 161p.

EINHORN, E. **A very improbable story**. Ilustração: GUSTAVSON, A. Watertown: Charlesbridge Publishing, 2008.

FLICK, Uwe. **Métodos Qualitativos na Investigação Científica**. Lisboa: Monitor, 2005. 316p.

GAL, I. Adult's statistical literacy: meanings, components, responsibilities – appears. **International Statistical Review**, v. 70, n. 1, p. 1 – 33, 2002.

GAL, Iddo. Towards 'probability literacy' for all citizens. In: A. G. Jones (Ed.), **Exploring probability in school: challenges for teaching and learning**. New York: Springer, 2005. p. 43-71.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

VÁSQUEZ, C. O.; ALSINA, A. Lenguaje probabilístico: un camino para el desarrollo de la alfabetización probabilística. Un estudio de caso en el aula de Educación Primaria. **Bolema**, Rio Claro, v. 31, n. 57, p. 454-478, abr. 2017.

## AUTORES

**Emilly Diniz**

<https://orcid.org/0000-0002-7042-3020>

Doutoranda e Mestre em Educação Matemática e Tecnológica - UFPE e Graduada em Pedagogia pela Universidade Federal de Pernambuco (2018). Foi bolsista do PIBID (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência - PIBID/CAPES) e tem experiência docente em turmas dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Integrante do Grupo de Pesquisa do CNPq -



Grupo de Estudo em Raciocínio Combinatório e Probabilístico - GERAÇÃO. Pesquisa na área de Educação Matemática, especificamente sobre Probabilidade.

### **Jaqueline Linxandrão**

<https://orcid.org/0000-0003-0375-5081>

Graduada em CIÊNCIAS/MATEMÁTICA E PEDAGOGIA, especializada em EDUCAÇÃO INFANTIL e em Educação ESPECIAL, mestre e doutora em EDUCAÇÃO e pós-doutorado pela Universidade Federal de Pernambuco (2020). Professora e coordenadora do curso de Licenciatura em Matemática do Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco (CAA/UFPE) e professora do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica (Edumatec) da UFPE. Tem experiência na área de Educação e Educação Matemática em diferentes níveis de ensino, atua em pesquisas relacionadas ao ensino e aprendizagem de Matemática, Formação de Professores e Educação Matemática Inclusiva. Faz parte do Grupo de Estudos em Raciocínio Combinatório - Geração (UFPE) e é líder do Grupo de Estudo e Pesquisas em Matemática Inclusiva de Pernambuco (GEPeMI/PE - CAA/UFPE).

**Artigo Recebido em: 14/02/2024**

**Aceito para Publicação em: 14/06/2024**