Estudos dos Triângulos Retângulos

Francisco de Assis Prado Galhano[1]

Andréa Maria Novaes Galhano[2]

RESUMO

O trabalho sobre os triângulos retângulos, aborda o triângulo retângulo de lados 3, 4 e 5, verificando-se que este é o menor triângulo retângulo de lados inteiros. Por esse motivo, denominamos Triângulo Retângulo Fundamental dessa categoria. Dentre suas aplicações apresentamos a criação de um Triângulo Retângulo Geral (3n, 4n, 5n), mostramos a solução de problemas, e a construção de sequências de triângulos retângulos e suas respectivas "famílias".

Palavras-chave: Triângulos Retângulos; Lados Inteiros.

1. INTRODUÇÃO

O propósito de nossos estudos sobre triângulos retângulos é contribuir para o aprimoramento das soluções das questões relativas a eles. Para tal, utilizamos como referência alguns autores que, ao longo dos tempos, veem estudando o triângulo retângulo, suas relações geométricas e solução de problemas com a utilização do Teorema de Pitágoras, que tem sido objeto de estudo de muitos importantes matemáticos de todos os tempos

Em seu artigo, Moreira (2007) cita o Teorema de Pitágoras como a proposição da matemática mais conhecida no mundo, mencionando demonstrações desse teorema sobre

[1]Graduado em Engenharia Mecânica pela Faculdade de Engenharia Industrial -FEI (PUC-SP) em 1964, Mestre em Saúde Ambiental pela Faculdade de Saúde Pública da USP em 2004. Doutor em Engenharia Mineral pela Escola Politécnica da USP em 2006.

[2] Graduada em Engenharia Química pela Faculdade de Engenharia Industrial (FEI) em 1994. Mestre em Saúde Ambiental pela Faculdade de Saúde Pública da USP em 2003.

triângulos retângulos que datam desde 900 a.C. Apresenta achados geológicos, da época da Antiga Babilônia (1800 a.C. a 1600 a.C.), em que já se havia conhecimentos sobe o Teorema de Pitágoras.

Moreira (2007, p.21), ainda cita Pierre de Fermat (1601-1665), considerado o maior matemático francês do século XVII, com seu "O último Teorema de Fermat". Nesse estudo Fermat mostra que $x^2 + y^2 = z^2$ possui infinitas soluções ("os ternos pitagóricos"), onde x, y e z são os catetos de triângulo retângulo e a hipotenusa, respectivamente.

Continuando o assunto sobre antiguidade e triângulos retângulos, Sierpinski (2003), relata, no início de seu livro que os triângulos retângulos com lados inteiros, como o de lados 3,4,5 (x,y,z), são objetos de estudos desde a Antiguidade. Utilizando-se da equação $x^2 + y^2 = z^2$, do Teorema de Pitágoras, onde x e y são catetos, e z hipotenusa. E, se os números x, y e z satisfazem a equação anterior, então o triângulo com lados x, y e z é retângulo.

Sierpinski (2003, p.6) argumenta que existem triângulos pitagóricos dos quais a hipotenusa e um lado são números primos, com exemplo o triângulo 3,4,5, (objeto de nosso estudo), e então chamado de triângulo primitivo, e a partir dele se originam outros vários triângulos pitagóricos, ao multiplicar-se por esses números uma constante n, onde n = 1,2,3...

Sierpinski (2003, p.6) mostra triângulos pitagóricos primitivos dos quais a hipotenusa e um lado são números primos como 3,4,5, sendo este o menor entre eles.

A partir deste ponto, o estudo que aqui é apresentado, utiliza-se de alguns triângulos retângulos com lados inteiros, em especial o triângulo retângulo de lados inteiros 3,4,5.

Assim, como parte de nosso trabalho buscaremos o conhecimento da solução de triângulos retângulos conhecendo-se, previamente, apenas a sua hipotenusa ou, apenas um de seus catetos, ou seja, somente um de seus lados.

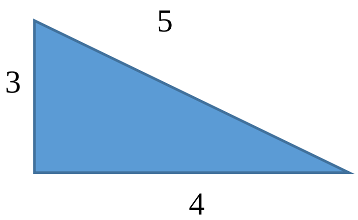
Mostraremos também que a partir de alguns triângulos retângulos com lados inteiros, e considerando básicos, poderemos construir o que denominaremos chamar "famílias" de triângulos retângulos com lados inteiros.

2. EXPOSIÇÃO

Considerando os menores números inteiros positivos 1, 2, 3, e 4, e utilizando o Teorema de Pitágoras, verificamos que não existe arranjo nem combinação entre eles, que possa tornar qualquer um deles, hipotenusa de um triangulo retângulo.

Assim, verificamos que o número inteiro positivo 5 é o menor número inteiro positivo que é hipotenusa de um triangulo retângulo de lados inteiros. Deste modo constatamos que o triangulo retângulo de catetos 3 e 4 e hipotenusa 5, além de ser o único triangulo retângulo, conhecido, com lados inteiros consecutivos, ele é também o “MENOR TRIANGULO RETÂNGULO COM LADOS INTEIROS”.

2.1 Triângulo Retângulo Fundamental – TRF



TRIÂNGULO RETÂNGULO FUNDAMENTAL

Esta constatação, de que o triângulo retângulo com lados 3, 4, e 5 ser o MENOR triângulo retângulo com lados inteiros é importantíssima e um marco nos estudos dos triângulos retângulos.

Este fato é tão importante que passamos a denominá-lo de TRIÂNGULO RETÂNGULO FUNDAMENTAL.

As medidas do triângulo 3, 4 e 5 são próximas umas das outras, assim sendo, o seu formato é o do triângulo retângulo mais parecido com o triângulo equilátero que é o triângulo perfeito.

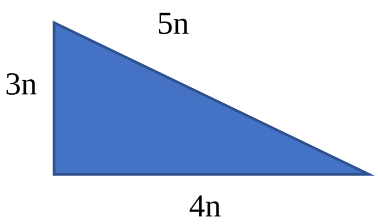
Deste modo, o triângulo retângulo de lado 3, 4 e 5, tem um formato esbelto.

Mostraremos que ele dá origem ao que chamaremos de “famílias” de triângulos retângulos com lados inteiros.

2.1 Triângulo Retângulo Geral

Dando prosseguimento aos nossos estudos imaginamos uma forma de generalização do TRIÂNGULO RETÂNGULO FUNDAMENTAL – TRF. Seguindo no caminho da proporcionalidade, imaginamos um triângulo retângulo de lados proporcionais aos lados 3, 4, e 5 do Triângulo Retângulo Fundamental, com os lados medindo respectivamente, 3n, 4n, e 5n, sendo 3n e 4n catetos e 5n a hipotenusa. Como não existe triângulo retângulo com lado nulo, nem com lado com medida negativa, utilizamos como fator de proporcionalidade, um fator “n”, como um número real positivo.

Desta forma construímos o nosso triângulo retângulo, 3n, 4n e 5n, com catetos 3n e 4n e hipotenusa 5n, que denominamos chamá-lo de TRIÂNGULO RETÂNGULO GERAL.



TRIÂNGULO RETÂNGULO GERAL

Pelo Teorema de Pitágoras, temos:

$(3n)^2 + (4n)^2 = (5n)^2$, ou seja:

$9n^2 + 16n^2 = 25n^2$, o que mostra que o triângulo de catetos 3n e 4n e hipotenusa 5n, é retângulo.

3. TRIÂNGULOS RETÂNGULOS COM LADOS INTEIROS

Para obtermos triângulos retângulos com lados inteiros, a partir de nosso Triângulo Retângulo Geral, 3n, 4n, 5n, basta substituir o “n” por números inteiros positivos. Os produtos de números inteiros positivos, por 3, 4 e 5, respectivamente, darão como resultado números inteiros positivos.

Assim, podemos montar a Tabela dos triângulos retângulos com lados inteiros, substituindo “n” por números inteiros positivos.

Tabela dos Triângulos Retângulos com Lados Inteiros

		Triângulo	**Teorema de Pitágoras**

Valores de n	**3n,4n,5n**	**Retângulo**		
			$(3n)^2+(4n)^2=(5n)^2$	$9n^2+16n^2=25n^2$
n=1	3x1,4x1,5x1	3,4,5	$3^2+4^2=5^2$	9+16=25
n=2	3x2,4x2,5x2	6,8,10	$6^2+8^2=10^2$	36+64=100
n=3	3x3,4x3,5x3	9,12,15	$9^2+12^2=15^2$	81+144=225
n=4	3x4,4x4,5x4	12,16,20	$12^2+16^2=20^2$	144+256=400
n=5	3x5,4x5,5x5	15,20,25	$15^2+20^2=25^2$	225+400=625
n=6	3x6,4x6,5x6	18,24,30	$18^2+24^2=30^2$	324+576=900
n=7	3x7,4x7,5x7	21,28,35	$21^2+28^2=35^2$	441+784=1225
n=8	3x8,4x8,5x8	24,32,40	$24^2+32^2=40^2$	576+1024=1600
n=9	3x9,4x9,5x9	27,36,45	$27^2+36^2=45^2$	729+1296=2025
n=10	3x10,4x10,5x10	30,40,50	$30^2+40^2=50^2$	900+1600=2500
n=11	3x11,4x11,5x11	33,44,55	$33^2+44^2=55^2$	1089+1936=3025
----------	--------------------	---------------	--------------------	----------------------------
n=31	3x31,4x31,5x31	93,124,155	$93^2+124^2=155^2$	8649+15376= 24025
----------	--------------------	---------------	--------------------	-------------------------
n=65	3x65,4x65,5x65	195,260,325	$195^2+260^2=325^2$	38025+67600=105625
----------	--------------------	---------------	--------------------	-------------------------

Os triângulos retângulos de lados inteiros, obtidos a partir do triângulo retângulo fundamental (3, 4 e 5) constituem a "família" de triângulos retângulos proporcionais a 3, 4 e 5, portanto de triângulos retângulos esbeltos e que por sua origem, resolvemos elegê-los como a "família principal" de triângulos retângulos.

Mostraremos mais adiante que existem várias outras "famílias" de triângulos retângulos com lados inteiros.

4. APLICAÇÕES DO TRIÂNGULO RETÂNGULO GERAL.

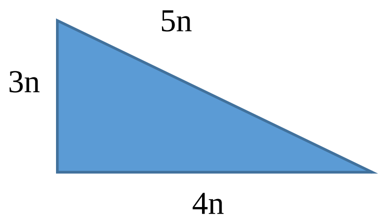
Uma importante aplicação do triângulo retângulo geral (3n, 4n e 5n) é na solução de problemas de triângulos retângulos, onde se conhece apenas um de seus lados.

Entendemos que esse fato é uma possibilidade nova na solução triângulos retângulos.

Vejamos alguns exemplos:

4.1 Determinar os lados de um Triângulo Retângulo que tenha um cateto igual a 7

Conforme a nossa solução, existem dois triângulos retângulos com um dos catetos igual a 7.



4.1.1 A primeira solução é fazendo no triângulo geral (3n, 4n e 5n), o cateto 3n = 7.

Então

3n=7, n=7/3

Um triângulo será 3x7/3, 4x7/3, 5x7/3, ou seja, 7, 28/3, 35/3.

Verificação pelo Teorema de Pitágoras, temos:

$(21/3)^2 + (28/3)^2 = (35/3)^2$

$441/9 + 784/9 = 1225/9$

4.1.2 Para obter a solução do outro triângulo, fazemos o outro cateto 4n=7, n=7/4

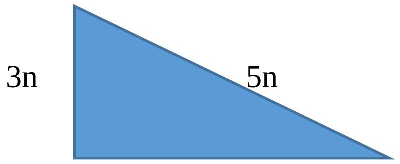
O outro triângulo será 3x7/4, 4x7/4,5x7/4, ou seja, 21/4, 7, 35/4

Verificação pelo Teorema de Pitágoras, temos:

$(21/4)^2 + (28/4)^2 = (35/4)^2$

$441/16 + 784/16 = 1225/16$

4.2 Determinar os catetos de um Triângulo Retângulo cuja hipotenusa mede 11



4n

Fazendo a hipotenusa $5n=11$, temos: $5n=11$, $n=11/5$

O triângulo é:

3x11/5, 4x11/5, 5x11/5, ou seja, 33/5,44/5, 11

Verificação pelo Teorema de Pitágoras, temos:

$(33/5)^2+(44/5)^2=(55/5)^2$

$1089/25+1936/25=3025/25$

4.3 Exercicio de Curiosidade:

Seguindo o exemplo anterior, construir a tabela dos Triângulos Retângulos que possuem como hipotenusas números inteiros

Valor da hipotenusa	**Valor de n**	**valor 3n,4n,5n**	**Triângulo Retângulo**	**Teorema de Pitágoras**	
				$(3n)^2+(4n)^2=(5n)^2$	$9n^2+16n^2=25n^2$
1	5n=1 n=1/5	3x1/5,4x1/5,5x1/5	0,6;0,8;1,0	$(0,6)^2+(0,8)^2=1$	0,36+0,64=1
2	5n=2 n=2/5	3x2/5,4x2/5,5x2/5	1,2;1,6;2,0	$(1,2)^2+(1,6)^2=2^2$	1,44+2,56=4
3	5n=3 n=3/5	3x3/5,4x3/5,5x3/5	1,8;2,4;3,0	$(1,8)^2+(2,4)^2=3^2$	3,24+5,76=9
4	5n=4 n=4/5	3x4/5,4x4/5,5x4/5	2,4;3,2;4,0	$(2,4)^2+(3,2)^2=4^2$	5,76+10,24=16
5	5n=5 n=1	3x1,4x1,5x1	3,0;4,0;5,0	$3^2+4^2=5^2$	9+16=25
6	5n=6 n=6/5	3x6/5,4x6/5,5x6/5	3,6;4,8;6,0	$(3,6)^2+(4,8)^2=6^2$	12,96+23,04=36
7	5n=7 n=7/5	3x7/5,4x7/5,5x7/5	4,2;5,6;7,0	$(4,2)^2+(5,6)^2=7^2$	17,64+31,36=49
8	5n=8 n=8/5	3x8/5,4x8/5,5x8/5	4,8;6,4;8	$(4,8)^2+(6,4)^2=8^2$	23,04+40,96=64
9	5n=9 n=9/5	3x9/5,4x9/5,5x9/5	5,4;7,2;9	$(5,4)^2+(7,2)^2=9^2$	29,16+51,84=81
10	5n=10 n=10/5	3x2,4x2,5x2	6,8,10	$6^2+8^2=10^2$	36+64=100
----------	---------	----------------------	---------------	--------------------	---------------------
13	5n=13 n=13/5	3x13/5,4x13/5,5x13/5	7,8;10,4;13	$7,8^2+10,4^2=13^2$	60,84+108,16=169
----------	---------	----------------------	---------------	--------------------	---------------------

5. OUTRAS FAMÍLIAS DE TRIÂNGULOS RETÂNGULOS COM LADOS INTEIROS

Existem três triângulos retângulos de lados inteiros, conhecidos, com hipotenusa medindo até 25, que não pertencem a “família” do triângulo retângulo fundamental de lados 3, 4 e 5.

Eles são:

- de lados 5, 12 e 13 ($5^2 + 12^2 = 13^2$)
- de lados 8, 15 e 17 ($8^2 + 15^2 = 17^2$)
- de lados 7, 24 e 25 ($7^2 + 24^2 = 25^2$)

Se adotarmos para estes três triângulos retângulos o mesmo critério de generalização, que adotamos para Triângulo Retângulo Fundamental, ou seja, utilizar o mesmo fator “n” de proporcionalidade, construiremos mais três famílias de triângulos retângulos com lados inteiros.

A seguir, apresentamos as tabelas das outras famílias de triângulos retângulos.

Tabela da Família dos Triângulos Retângulos de Origem do Triângulo Retângulo de Lados 5, 12 e 13

Valores de n	**Triângulo 5n, 12n, 13n**	**Triângulo Retângulo**	**Teorema de Pitágoras**	
			$(5n)^2+(12n)^2=(13n)^2$	$25n^2+144n^2=169n^2$
n=1	5x1,12x1,13x1	5,12,13	$5^2+12^2=13^2$	25+144=169
n=2	5x2,12x2,13x2	10,24,26	$10^2+24^2=26^2$	100+576=676
n=3	5x3,12x3,13x3	15,36,39	$15^2+36^2=39^2$	225+1296=169
n=4	5x4,12x4,13x4	20,48,52	$20^2+48^2=52^2$	400+2304=2704
n=5	5x5,12x5,13x5	25,60,65	$25^2+60^2=65^2$	625+3600=4225
n=6	5x6,12x6,13x6	30,72,78	$30^2+72^2=78^2$	900+5184=6084
n=7	5x7,12x7,13x7	35,84,91	$35^2+84^2=91^2$	1225+7056=8281
n=8	5x8,12x8,13x8	40,96,104	$40^2+96^2=104^2$	1600+9216=10816
n=9	5x9,12x9,13x9	45,108,117	$45^2+108^2=117^2$	2025+11664=13689
n=10	5x10,12x10,13x10	50,120,130	$50^2 120^2+=130^2$	2500+14400=16900
----------	--------------------	---------------	--------------------	---------------------------

Tabela da Família dos Triângulos Retângulos de Origem do Triângulo Retângulo de Lados 7, 24 e 25

Valores de n	**Triângulo 7n, 24n, 25n**	**Triângulo Retângulo**	**Teorema de Pitágoras**	
			$(7n)^2+(24n)^2=(25n)^2$	$49n^2+576n^2=625n^2$
n=1	7x1,24x1,25x1	7,24,25	$7^2+24^2=25^2$	49+576=625
n=2	7x2,24x2,25x2	14,48,50	$14^2+48^2=50^2$	196+2304=2500
n=3	7x3,24x3,25x3	21,72,75	$21^2+72^2=75^2$	441+5184=5625
n=4	7x4,24x4,25x4	28,96,100	$28^2+96^2=100^2$	784+9216=10000
n=5	7x5,24x5,25x5	35,120,125	$35^2+120^2=125^2$	1225+14400=15625
n=6	7x6,24x6,25x6	42,144,150	$42^2+144^2=150^2$	1764+20736=22500
n=7	7x7,24x7,25x7	49,168,175	$49^2+168^2=175^2$	2401+28224=30625
n=8	7x8,24x8,25x8	56,192,200	$56^2+192^2=200^2$	3136+36864=40000
n=9	7x9,24x9,25x9	63,216,225	$63^2+216^2=225^2$	3969+46656=50625
n=10	7x10,24x10,25x10	70,240,250	$70^2+240^2=250^2$	4900+57600=62500
----------	--------------------	---------------	--------------------	----------------------------

Tabela da Família dos Triângulos Retângulos de Origem do Triângulo Retângulo de Lados 8, 15 e 17

Valores de n	**Triângulo 8n, 15n, 17n**	**Triângulo Retângulo**	**Teorema de Pitágoras**	
			$(8n)^2+(15n)^2=(17n)^2$	$64n^2+225n^2=289n^2$
n=1	8x1,15x1,17x1	8,15,17	$8^2+15^2=17^2$	64+225=289
n=2	8x2,15x2,17x2	16,30,34	$16^2+30^2=34^2$	256+900=1156
n=3	8x3,15x3,17x3	24,45,51	$24^2+45^2=51^2$	576+2025=2601
n=4	8x4,15x4,17x4	32,60,68	$32^2+60^2=68^2$	1024+3600=4624
n=5	8x5,15x5,17x5	40,75,85	$40^2+75^2=85^2$	1600+5625=7225
n=6	8x6,15x6,17x6	48,90,102	$48^2+90^2=102^2$	2304+8100=10404
n=7	8x7,15x7,17x7	56,105,119	$56^2+105^2=119^2$	3136+11025=14161
n=8	8x8,15x8,17x8	64,120,136	$64^2+120^2=136^2$	4096+14400=18496
n=9	8x9,15x9,17x9	72,135,153	$72^2+135^2=153^2$	5184+18225=23409
n=10	8x10,15x10,17x10	80,150,170	$80^2+150^2=170^2$	6400+22500=28900
----------	--------------------	---------------	--------------------	---------------------------

A diferença básica entre estas três famílias de Triângulos Retângulos com lados inteiros e, a família dos Triângulos originários do Triangulo Retângulo Fundamental, 3, 4 e 5, é que em geral os Triângulos destas famílias não têm a mesma esbelteza dos outros Triângulos Retângulos, ou seja, eles são mais irregulares.

Nestas outras “famílias” aparecem triângulos retângulos tão disformes que não possuem formatos de triângulos.

6. “FAMÍLIAS DE TRIÃNGULOS RETÂNGULOS COM LADOS INTEIROS OBTIDOS A PARTIR DE “TERNOS PITÁGORICOS”

Em artigo publicado na Revista do Professor de Matemática Nº 7 (2º semestre de 1985), da Sociedade Brasileira de Matemática, os autores Andrea Rothbarth e Bruce Pansell (Veja Referência) com o tema Números Pitagóricos: uma fórmula de fácil dedução e algumas aplicações geométricas, mostram que: qualquer “Terno Pitagórico” da forma [m, ½ (m^2-1), ½ (m^2+1)], onde m é um inteiro impar maior do que 1, é um “Termo Pitagórico”.

Exemplos:

a, b, c

3, 4, 5

5, 12, 13

7, 24, 25

9, 40, 41

11, 60, 61

....

Os primeiros três “ternos pitagóricos”, correspondem a triângulos retângulos que já fazem parte das “famílias” triângulos retângulos com lados inteiros, apresentadas anteriormente.

Se adotarmos para os “ternos pitagóricos” seguintes, o mesmo critério de generalização, que adotamos para o triângulo retângulo fundamental (3, 4 e 5), ou seja, utilizar o mesmo fator “n” de proporcionalidade, construiremos inúmeras “famílias” de triângulos retângulos com lados inteiros.

Vejamos alguns exemplos:

Assim, para o “terno pitagórico” 9, 40 e 41 a “família” triângulos retângulos com lados inteiros será:

Valores de n	**Triângulo 9n, 40n, 41n**	**Triângulo Retângulo**	**Teorema de Pitágoras**	
			$(9n)^2+(40n)^2=(41n)^2$	$81n^2+1600n^2=1681n^2$
n=1	9x1,40x1,41x1	9,40,41	$9^2+40^2=41^2$	81+1600=1681
n=2	9x2,40x2,41x2	18,80,82	$18^2+80^2=82^2$	324+6400=6724
n=3	9x3,40x3,41x3	27,120,123	$27^2+120^2=123^2$	729+14400=15129
n=4	9x4,40x4,41x4	36,160,164	$36^2+160^2=164^2$	1296+25600=26896
n=5	9x5,40x5,41x5	45,200,205	$45^2+200^2=205^2$	2025+40000=42025

n=6	9x6,40x6,41x6	54,240,246	$54^2+240^2=246^2$	2916+57600=60516
n=7	9x7,40x7,41x7	63,280,287	$63^2+280^2=287^2$	3969+78400=82369
n=8	9x8,40x8,41x8	72,320,328	$72^2+320^2=328^2$	5184+102400=107584
n=9	9x9,40x9,41x9	81,360,369	$81^2+360^2=369^2$	6561+129600=136161
n=10	9x10,40x10,41x10	90,400,410	$90^2+400^2=410^2$	8100+160000=168100
----------	--------------------	---------------	--------------------	----------------------------

Para o "terno pitagórico" seguinte 11, 60 e 61 a "família" triângulos retângulos com lados inteiros será:

Valores de n	**Triângulo 11n, 60n, 61n**	**Triângulo Retângulo**	**Teorema de Pitágoras**	
			$(11n)^2+(60n)^2=(61n)^2$	$121n^2+3600n^2=3721n^2$
n=1	11x1,60x1,61x1	11,60,61	$11^2+60^2=61^2$	121+3600=3721
n=2	11x2,60x2,61x2	22,120,122	$22^2+120^2=122^2$	484+14400=14884
n=3	11x3,60x3,61x3	33,180,183	$33^2+180^2=183^2$	1089+32400=33489
n=4	11x4,60x4,61x4	44,240,244	$44^2+240^2=244^2$	1936+57600=59536
n=5	11x5,60x5,61x5	55,300,305	$55^2+300^2=305^2$	3025+90000=93025
n=6	11x6,60x6,61x6	66,360,366	$66^2+360^2=366^2$	4356+129600=133956
n=7	11x7,60x7,61x7	77,420,427	$77^2+420^2=427^2$	5929+176400=182329
n=8	11x8,60x8,61x8	88,480,488	$88^2+480^2=488^2$	7744+230400=238144
n=9	11x9,60x9,61x9	99,540,549	$99^2+540^2=549^2$	9801+291600=301401
n=10	11x10,60x10,61x10	110,600,610	$110^2+600^2=610^2$	12100+360000=372100
---------	--------------------	---------------	--------------------	----------------------------

Portanto, estas sequências de "ternos pitagóricos" dão origem a inúmeras famílias de triângulos retângulos com lados inteiros.

7. CONSIDERAÇÕES SOBRE AS "FAMÍLIAS" DE TRIÂNGULOS RETÂNGULOS COM LADOS INTEIROS.

Neste trabalho, estão detalhadas as tabelas de mais "famílias" triângulos retângulos com lados inteiros.

A primeira delas que denominamos de "família principal", é a obtida pelo triângulo retângulo geral de lados 3n, 4n e 5n, criando da generalização do triângulo retângulo fundamental de lados 3, 4 e 5.

As outras cinco Tabelas de Triângulos Retângulos com lados inteiros, foram obtidas a partir de outros triângulos retângulos, que chamamos de "básicos", e que foram generalizados com o mesmo critério de generalização adotado para o Triângulo Retângulo Fundamental (3, 4 e 5).

Com o triângulo retângulo 3n, 4n e 5n do capítulo anterior, fizemos exercícios do tipo: x catetos de um triângulo retângulo cuja hipotenusa x.

Se quisermos resolver este problema com triângulos retângulos "básicos" de outras "famílias", os resultados serão diferentes.

Vejamos as soluções:

7.1. Para a "família" de triângulo retângulo "básico": 3n, 4n e 5n temos:

Fazendo a hipotenusa 5n = 11

Temos que $n = \frac{11}{5}$, substituindo

no Triângulo Retângulo:

$3 \text{ X } \frac{11}{5}$, $4 \text{ X } \frac{11}{5}$, $5\text{X } \frac{11}{5}$

O Triângulo Retângulo será:

$\frac{33}{5}$, $\frac{44}{5}$, 11

7.2. Para a "família" de triângulo retângulo "básico": 5n, 12n e 13n temos:

Fazendo a hipotenusa 13n = 11 temos:

$n = \frac{11}{13}$

O Triângulo Retângulo será:

$5 \text{ X } \frac{11}{13}$, $12 \text{ X } \frac{11}{13}$, $13\text{X } \frac{11}{13}$

Ou seja: $\frac{55}{13}$, $\frac{132}{13}$, 11

7.3. Para a "família" de triângulo retângulo "básico": 7n, 24n e 25n temos:

Fazendo a hipotenusa 25n = 11 temos:

$n = \frac{11}{25}$

O Triângulo Retângulo será:

$7 \times \frac{11}{25}$, $24 \times \frac{11}{25}$, $25 \times \frac{11}{25}$

Ou seja: $\frac{77}{25}$, $\frac{264}{25}$, 11

7.4. Para a “família” de triângulo retângulo “básico”: 8n, 15n e 17n temos:

Fazendo a hipotenusa $17n = 11$ temos:

$n = \frac{11}{17}$

O Triângulo Retângulo será:

$8 \times \frac{11}{17}$, $15 \times \frac{11}{17}$, $17 \times \frac{11}{17}$

Ou seja: $\frac{88}{17}$, $\frac{165}{17}$, 11

7.5. Para a “família” de triângulo retângulo “básico”: 9n, 40n e 41n temos:

Fazendo a hipotenusa $41n = 11$ temos:

$n = \frac{11}{41}$

O Triângulo Retângulo será:

$9 \times \frac{11}{41}$, $40 \times \frac{11}{41}$, $41 \times \frac{11}{41}$

Ou seja: $\frac{99}{41}$, $\frac{440}{41}$, 11

7.6. Para a “família” de triângulo retângulo “básico”: 11n, 60n e 61n temos:

Fazendo a hipotenusa $61n = 11$ temos:

$n = \frac{11}{61}$

O Triângulo Retângulo será:

$11 \times \frac{11}{61}$, $60 \times \frac{11}{61}$, $61 \times \frac{11}{61}$

Ou seja: $\frac{121}{}$, $\frac{660}{}$, 11

 61

Portanto, os resultados são diferentes para cada “família” de triângulos retângulos.

Assim sendo, considerando a existência de várias “famílias” de triângulos retângulos, para a solução destes tipos de problemas será necessário especificar para qual “família” o exercício está sendo resolvido.

8. CONCLUSÃO

Neste estudo, constatamos que o nosso Triângulo Retângulo Geral, (3n, 4n, 5n), obtido a partir do Triângulo Retângulo Fundamental 3, 4, 5 é fonte de obtenção de Triângulos Retângulos.

Vimos também que o triângulo retângulo geral (3n, 4n e 5n) possibilita calcular os lados de triângulo retângulo, conhecendo-se previamente, apenas a sua hipotenusa ou um de seus catetos, ou seja, conhecendo-se apenas um de seus lados, o que entendemos representar uma inovação na solução de triângulos retângulos.

Mostramos também que o critério de generalização aplicado a outros triângulos retângulos, que consideramos básico, permitem a obtenção de inúmeras “famílias” triângulos retângulos com lados inteiros.

Esperamos que este trabalho venha contribuir para o desenvolvimento dos estudos dos triângulos retângulos.

Referências

- Moreira, M.D.M. (2017). Revisitando o Teorema de Pitágoras. DMA-UFV: Rio de Janeiro.
- Rothbarth, A., Runsel, B. (1985). Números pitagóricos: uma fórmula de fácil dedução e algumas aplicações geométricas. California, USA. Revista n° 7 do Professor de Matemática.SBM.
- Sierpinski, W. (2003). Pythagorean Triangles. Dover Publications Inc. New York.
- Souza, M. V; Santos, C. S. (2010). Ternos Pitagóricos. SBM. UFPB: Paraíba.

Francisco de Assis Prado Galhano

Graduado em Engenharia Mecânica pela Faculdade de Engenharia Industrial -FEI (PUC-SP) em 1964, Mestre em Saúde Ambiental pela Faculdade de Saúde Pública da USP em 2004. Doutor em Engenharia Mineral pela Escola Politécnica da USP em 2006.

Andrea Maria Novaes Galhano

Graduada em Engenharia Química pela Faculdade de Engenharia Industrial (FEI) em 1994. Mestre em Saúde Ambiental pela Faculdade de Saúde Pública da USP em 2003.

Artigo recebido em 14/12/2020

Aceito para publicação em 17/03/2021

Para citar este trabalho:

GALHANO, Francisco de Assis Prado; GALHANO, Andrea Maria Novaes. **Estudos dos Triângulos Retângulos. Revista Ágora. Unimes Virtual. Volume 4. Número 7. Fevereiro- 2021. Disponível em**

https://periodicos.unimesvirtual.com.br/index.php/formacao/index